איחוד

# משפט

לכל ,

## הוכחה

יהי => קיים כך ש, =>

יהי (נניח ), קיים כך ש לכן =>

# משפט

לכל

מתקיים

הערה: קבוצה שמכילה איבר אחד בלבד נקראת נקודון של...

## הוכחה

:צ"ל , יהי צ"ל

מתקיים לכן לכן =>

: יהי צ"ל . נניח בשלילה ש(נניח ). לפי תכונת הארכימדיות של קיים כך ש => – סתירה לכך ש

קבוצת החזקה

# הגדרה

תהי A קבוצה, קבוצת החזקה של A תסומן , היא קבוצת כל תתי הקבוצות של A.

# דוגמאות

*מסקנה - .* ***לא נכון!*** *אם אזי . לכן*

# טענה

תהי A קבוצה סופית , מתקיים

## הוכחה

. עבור כל איבר יש שתי אפשרויות – או שהוא יהיה בתת קבוצה או שלא, לכן יש אפשרויות סך הכל.

מכפלה קרטזית

# הגדרה

תהיינה A וB קבוצות. המכפלה הקרטזית של A וB תסומן היא הקבוצה הבאה:

הגדרה פורמלית לזוג סדור:

## דוגמאות:

*תהי A קבוצה:*

=> לא קיים b כזה לכן . באותו אופן

# הגדרה

תהיינה קבוצות:

יחס

# הגדרה

תהיינה A,B קבוצות. יחס(דו מקומי, בינארי) מA לB הוא תתק קבוצה של (כלומר יחס הוא R כך ש

## דוגמאות ליחסים מA לB

דוגמאות ליחסים:

יחס מB לA אבל לא מA לB

# תרגיל

תהיינה A וB קבוצות. מצאו כמה יחסים ישנם מA לB

# תשובה

# דוגמה

R הוא יחס מ

### סימון

כאשר R יחס מA לA נאמר שR יחס על A

R הוא יחס על

דוגמאות לR אפשרי(1,2),(5,10)

# סימון

, לעיתים במקום לכתוב נסמן

למה זה סימון טבעי? לדוגמה – בתור R נסמן :

## הבהרה

הסימון הזה הוא על איברים, לא על הקבוצות

הגדרות חשובות

תהי A קבוצה ויהי R יחס על A (). נאמר שR:

1. רפלקסיבי: אם לכל מתקיים
2. סימטרי: אם לכל מתקיים
3. טרנזיטיבי: אם מתקיים שלכל וגם אזי
4. אנטיסימטרי: אם מתקיים שלכל וגם אזי
5. אנטירפלקסיבי: אם לכל מתקיים

# דוגמאות

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | תכונה |
| *V* | X | X | X | X | X | V | רפלקסיבי |
| *X* | X | V | V | X | V | V | סימטרי |
| *V* | X | V | V | V | X | V | טרנזיטיבי |
| *V* | V | V | V | V | X | V | אנטיסימטרי |
| *X* | X | V | X | V | X | X | אנטירפלקסיבי |

שמות של יחסים

תהי A קבוצה

- היחס הריק

- יחס הזהות

– היחס המלא

# תרגיל

תהי A קבוצה הוכיחו רפלקסיבי, סימטרי, טרנזיטיבי. הייתכן אנטיסימטרי?

# טענה

יהי R יחס על , R הוא סימטרי ואנטיסימטרי

### הוכחה

צד אחד: יהי , צ"ל

צד שני: נתון צ"ל R סימטרי ואנטיסימטרי

סימטריות: צ"ל :

אנטיסימטריות: צ"ל :

# תרגיל

תהי A קבוצה.

(R יחס על .: )

איזה תכונות R מקיים?

## פתרון

רפלקסיביות: לכל צ"ל *. ולכן – מתקיים*

*סימטרי: לכל צ"ל , כלומר צ"ל . ניקח דוגמה:*

*– לא מתקיים*

*אנטיסימטריות: לכל צ"ל . לפי הגדרת R: , וגם , לפי הגדרת שוויון – מתקיים*

*טרנזטיבי: לכל צ"ל . לפי טרנזטיביות ההכלה  
 – מתקיים*

*אנטירפלקסיביות: לא, לדוגמה:*

*למעשה R לעולם לא אנטירפלקסיבי שכן תמיד תהיה איבר ב*

# תרגיל

A קבוצה.

*בדוק את כל התכונות על היחסים*